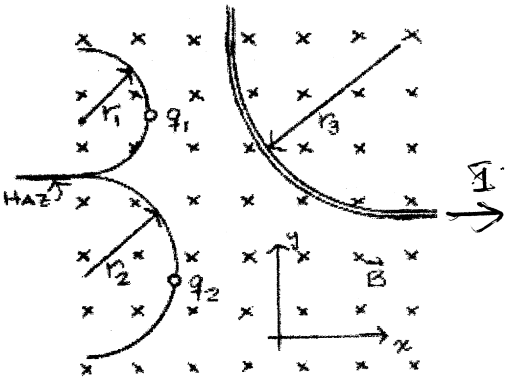
PROBLEMA No. 1. (Temario A)



Un haz de partículas cargadas entran en un campo magnético uniforme, describiendo dos trayectorias distintas. Se sabe que la rapidez de los dos tipos de partículas es $v = 5 \times 10^6 m/s$, poseen masas idénticas $m = 5 \times 10^{-20} kg$ y que los radios de las trayectorias como se observa en la figura son $r_1 = 5\,cm$ y $r_2 = 10\,cm$. El campo uniforme posee una magnitud son $B = 0.4\,T$.

1) Calcule la carga y signo asociados a las partículas de cada trayectoria.
2) Para dos partículas que ingresan simultáneamente al campo, calcule la diferencia del tiempo en el cual salen del mismo.
3) Cuál debe ser la magnitud y dirección de un campo eléctrico que se debe superponer para que las cargas q_1, no se desvíen de su trayectoria.
4) En ese mismo campo pasa un alambre con corriente, la parte que se inserta en el campo posee forma de un cuarto de círculo de radio $r_3 = 15\,cm$, y la corriente que transporta es $I = 0.2\,A$. Calcule la fuerza que experimenta dicho alambre, debido a su interacción con el campo.

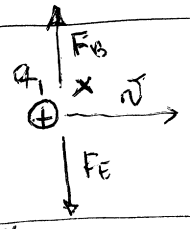
1) $F_B = qvB = m\frac{v^2}{r} \rightarrow q = \frac{mv}{Br}$ $\quad q_1 = \frac{(5\times10^{-20})(5\times10^{6})}{(0.4)(5\times10^{-2})}C = 12.5\times10^{-12}C$

Innecesario → $q_2 = \frac{(5\times10^{-20})(5\times10^{6})}{(0.4)(10\times10^{-2})}C$ → $\boxed{\begin{matrix} q_1 = 12.5\,pC\ + \\ q_2 = 6.25\,pC\ - \end{matrix}}$

2) $t_1 = \frac{T_1}{2} = \frac{2\pi r_1}{2v} = \frac{\pi r_1}{v} = \frac{\pi(5\times10^{-2})}{(5\times10^{6})}s = 31.41\times10^{-9}s$ $\quad t_2 = \frac{\pi r_2}{v} = 62.83\times10^{-9}s$

$\Delta t = t_2 - t_1 = 31.41\times10^{-9}s = \boxed{31.41\,ns}$

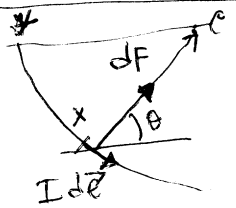
3)



$qvB = qE \rightarrow E = vB = (5\times10^{6})(0.4)\frac{V}{m}$

$E = 2\times10^{6}\frac{V}{m}$ ↓ $\quad \boxed{\vec{E} = (-2\times10^{6}\frac{V}{m})\hat{y}}$

4)



$d\vec{F} = Id\vec{\ell}\times\vec{B} \rightarrow dF = Id\ell B$

$dF_x = Id\ell B\cos\theta \rightarrow F_x = Ir_3B\underbrace{\int_0^{\pi/2}\cos\theta\, d\theta}_{1}$

$dF_y = Id\ell B\sin\theta \rightarrow F_y = Ir_3B\underbrace{\int_0^{\pi/2}\sin\theta\, d\theta}_{1}$

$d\ell = r_3\, d\theta$

$F_x = F_y = Ir_3B = F$

$F = (0.2)(0.15)(0.4)N$

$F = 12\times10^{-3}N$

$F_R = \sqrt{2}F = 16.97\times10^{-3}N \angle 45°$ ó

$\boxed{\vec{F}_R = (12\times10^{-3}N)\hat{x} + (12\times10^{-3}N)\hat{y}}$

* En la figura del examen no apareció la dirección de I si se toma como está arriba la respuesta es la dada si no, es $-\vec{F}$, tomar ambas correctas.

RESPUESTAS

1)	$q_1 = 12.5\,pC\ +$ $\quad q_2 = 6.25\,pC\ -$
2)	$\Delta t = 31.41\,ns$
3)	$\vec{E} = (-2\times10^{6}\frac{V}{m})\hat{y}$
4)	$\vec{F}_R = (12\times10^{-3}N)\hat{x} + (12\times10^{-3}N)\hat{y}$ ← *

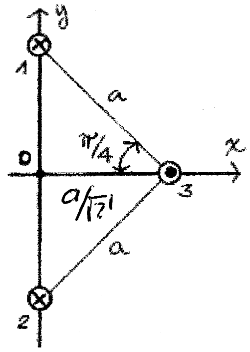
PROBLEMA No. 2. (Temario A)

Tres alambres conductores paralelos y largos transportan corrientes de igual magnitud en las direcciones que aparecen en la figura adjunta. Se sabe que la corriente que transportan es $I = 5\,A$, y que $a = 10\,cm$.

1) Calcule la magnitud y dirección del campo magnético resultante en el punto O.
2) La fuerza resultante sobre el alambre 3, para una longitud de $L = 100\,m$.

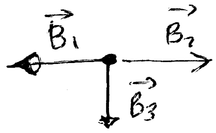
Cuando el tercer conductor se observa de cerca, tiene la forma de un cilindro hueco de radio interior $r_1 = 1\,mm$ y de radio exterior $r_2 = 5\,mm$.

3) Calcule la densidad de corriente que transporta dicho conductor.
4) Calcule el campo magnético producido por dicho conductor en un punto medio entre el radio interior y exterior.



1) $\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I \rightarrow B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$

$B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$



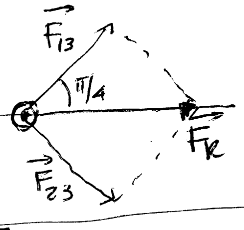
$\vec{B}_R = \vec{B}_3 \rightarrow B_3 = \dfrac{(4\pi\times10^{-7})(5)}{2\pi\left(\frac{0.1}{\sqrt{2}}\right)}\,T$

$B_R = 14.14\times10^{-6}\,T \downarrow$ $\boxed{\vec{B}_R = (-14.14\,\mu T)\,\hat{y}}$

2) $F_R = \left\{\dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}\right\} L$

$F_{13} = F_{23} = \dfrac{(2\times10^{-7})[5]^2}{(0.1)}(100)\,N = 5\times10^{-3}\,N = F$

$F_R = \sqrt{2}\,F = 7.07\times10^{-3}\,N$ $\boxed{\vec{F}_R = (7.07\times10^{-3}\,N)\,\hat{x}}$



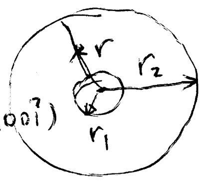
3) $J = \dfrac{I}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} = \dfrac{5}{\pi((5\times10^{-3})^2 - (1\times10^{-3})^2)}\,\dfrac{A}{m^2} = \boxed{66.31\times10^3\,A/m^2}$

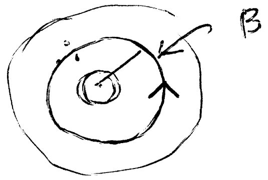
4) $\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 J A$ $\qquad r = \dfrac{r_1 + r_2}{2} = 3\,mm$

$B\,(2\pi r) = \mu_0 J\,[\pi(r^2 - r_1^2)]$

$B = \dfrac{\mu_0 J}{2\pi r}[\pi(r^2 - r_1^2)] = \dfrac{2\times10^{-7}(66.31\times10^3)}{(3\times10^{-3})}(\pi)(0.003^2 - 0.001^2)$

$B = 111.1\times10^{-6}\,T = \boxed{111.1\,\mu T}$



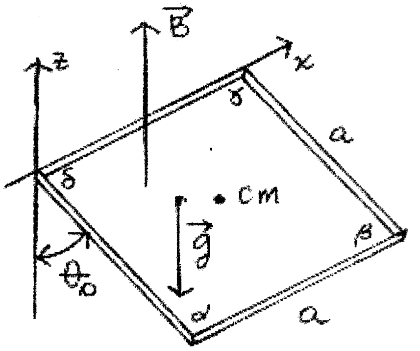


RESPUESTAS

1)	$\vec{B}_R = (-14.14\,\mu T)\,\hat{y}$
2)	$\vec{F}_R = (7.07\times10^{-3}\,N)\,\hat{x}$
3)	$J = 66.31\times10^3\,A/m^2$
4)	$B = 111.1\,\mu T$

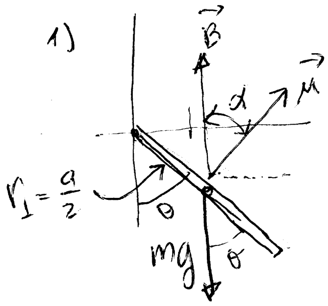
PROBLEMA No. 3. (Temario A)

Una bobina cuadrada posee N= 100 vueltas, de lado mide $a = 0.1\ m$ y su masa total es $m = 100\ g$, su centro de masa se encuentra en el centro del cuadrado que forman las espiras. Dicha bobina puede pivotar alrededor de un eje x, e inicialmente se encuentra formando un ángulo $\theta_0 = 45°$ con la vertical, como aparece en la figura. La bobina se encuentra en el campo gravitatorio terrestre y se encuentra sumergida en un campo magnético uniforme que posee una magnitud $B = 0.5\ T$ en la dirección observada en la figura adjunta.



1) Calcule la magnitud y dirección de la corriente que debe circular por la bobina, para que esté en estado estático.
2) Cuanto trabajo hace el campo magnético sobre la bobina cuando se lleva de su posición inicial, hasta que su momento dipolar esté alineado con el campo magnético externo.
3) Calcule el flujo de campo magnético que pasa por la bobina, cuando está en su posición inicial.
4) Si por la bobina deja de circular corriente eléctrica, y rota hasta que está en $\theta = 0°$, en $\Delta t = 0.1\ ms$. Calcular la magnitud de la fem promedio inducida en la bobina.

1)



$\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta$ $\quad \mu = NIA \quad \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta_0$

$\tau_g = \left(\frac{a}{2}\right) mg \operatorname{sen}\theta$

$\tau_B = \mu B \operatorname{sen}\alpha_0 = NIAB\cos\theta_0$

$\sum\tau = 0 \rightarrow \tau_g = \tau_B \Rightarrow \left(\frac{a}{2}\right) mg \operatorname{sen}\theta_0 = NIa^2 B\cos\theta_0$

$I = \frac{\frac{1}{2}mg}{NaB}\frac{\cancel{\operatorname{sen}\theta_0}}{\cancel{\cos\theta_0}} = \frac{\frac{1}{2}(0.1)(9.8)}{(100)(0.1)(0.5)}\ A \quad \alpha \rightarrow \beta$

$\boxed{I = 98\times10^{-3}\ A = 98\ mA \quad \alpha\rightarrow\beta}$

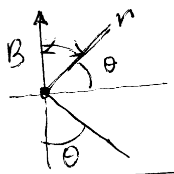
2) $W_B = -\Delta U$

$\Delta U = (-\vec{\mu}\cdot\vec{B})_f - (-\vec{\mu}\cdot\vec{B})_I = (-\mu B\cos 0°) - (-\mu B\cos\theta_0)$

$\Delta U = -\mu B(1-\cos\theta_0) = -(100)(98\times10^{-3})(0.1)^2[0.5](1-\cos 45°)\ J$

$\Delta U = -14.35\times10^{-3}\ J$ $\quad \boxed{W_B = -\Delta U = 14.35\times10^{-3}\ N\cdot m}$

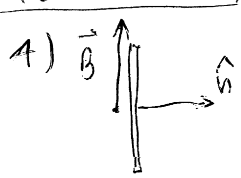
3) $\Phi_T = N\int \vec{B}\cdot d\vec{A} = N\vec{B}\cdot\vec{A} = NBA\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$



$\Phi_T = (100)(0.5)(0.1)^2\cos(45°) = 353.55\times10^{-3}\ Wb$

$\boxed{\Phi_T = 353.55\ mWb}$

4)



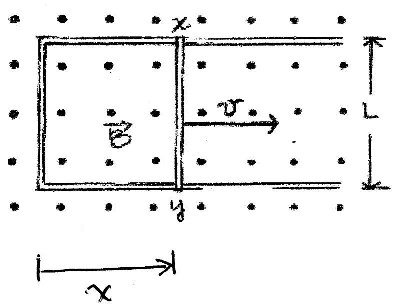
$\Phi_F = 0\ mWb$

$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{(0\ mWb) - (353.55\ mWb)}{0.1\ ms} = \boxed{3,535.5\ V}$

RESPUESTAS

1)	$I = 98\ mA \quad \alpha\rightarrow\beta$
2)	$W_B = 14.35\times10^{3}\ N\cdot m$
3)	$\Phi_T = 353.55\ mWb$
4)	$\mathcal{E} = 3,535.5\ V$

PROBLEMA No. 4. (Temario A)



Una varilla de longitud $L = 0.6\ m$ y de masa $m = 200\ g$ se desplaza sobre rieles sin fricción, con una velocidad $v = 2.65\ m/s$, los rieles no poseen resistencia eléctrica y la varilla posee una resistencia $R = 0.3\ \Omega$. El campo magnético uniforme en donde se encuentran inmersos los rieles, posee una magnitud de $B = 0.3\ T$.

1) **Calcule la magnitud de la fem inducida por el movimiento de la varilla.**
2) **Calcule la magnitud y dirección de la corriente inducida.**
3) **Calcule la potencia mecánica que el agente externo transfiere al sistema.**
4) **Si en un instante determinado, al agente externo deja de aplicar la fuerza para que se mueva con la velocidad descrita, la varilla se detendrá, escriba la ecuación que describe el fenómeno y determine la constante de tiempo asociada.**

1) $\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(BLx) = -BL\frac{dx}{dt} = -BLv$

$\mathcal{E} = -(0.3)(0.6)(2.65)\ V = -0{,}477V \quad \boxed{|\mathcal{E}| = 0{,}477V}$

2) $i_{IND} = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{0{,}477V}{0.3\Omega} = \boxed{1.59\ A \text{ de } y \to x}$

3) $P_{MEC} = F_B v = P_{ELECTRICA} = i_{IND}^2 R = (1{,}59)^2(0{,}3)\ W$

$\boxed{P_{MEC} = 0{,}758W}$

4) $F_{AE} = 0$, v es variable, la unica fuerza es F_B

$F_B = i_{IND} L B = -\left(\frac{BL}{R}\frac{dx}{dt}\right) LB = -\frac{B^2L^2}{R} v$

$F_B = ma = m\frac{dv}{dt} \rightarrow -\frac{B^2L^2}{R} v = m\frac{dv}{dt}$

$\frac{dv}{v} = -\frac{dt}{\left[\frac{mR}{B^2L^2}\right]} = -\frac{dt}{\tau}$. $\tau = \frac{mR}{B^2L^2} = \frac{(0{,}2)(0{,}3)}{(0{,}3)^2(0{,}6)^2}\ s$

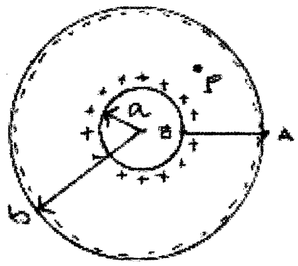
$\boxed{\tau = 1.85 s}$

RESPUESTAS

1)	$\lvert\mathcal{E}\rvert = 0{,}477V$
2)	$i_{IND} = 1{,}59\ A$ de $y \to x$
3)	$P_{MEC} = 0{,}758\ W$
4)	$\tau = 1{,}85\ s$

PROBLEMA No. 5. (Temario A)

Dos cascarones esféricos conductores concéntricos poseen radios $a = 2\ mm$ y $b = 6\ mm$, estos se cargan con cargas de signo opuesto y magnitud Q. Considere que las cargas se distribuyen uniformemente sobre las superficies. Se sabe que el campo eléctrico en el punto P, el punto medio entre los radios de los cascarones es $E = 1.8\ kV/m$.



1) Calcule la magnitud de la carga Q, a la cual se han cargado los cascarones.
2) Calcule la diferencia de potencial entre los puntos A y B, de las esferas.
3) Calcule la capacitancia del sistema.
4) Si al capacitor se le inserta un dieléctrico con constante dieléctrica (permitividad relativa) $\kappa = 5$, y la diferencia de potencial se mantiene constante en el sistema. Calcule la carga inducida en el dieléctrico.

1) $E = k\dfrac{Q}{r^2}$ $\qquad r = \dfrac{a+b}{2} = 4mm$

$$Q = \frac{r^2 E}{k} = \frac{[4\times10^{-3}]^2[1.8\times10^{3}]}{9\times10^{9}}\ C = \boxed{3.2\ pC}$$

2) $$\Delta V = k\frac{Q}{a} - k\frac{Q}{b} = kQ\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right] = (9\times10^{9})(3.2\times10^{-12})\left[\frac{1}{2\times10^{-3}} - \frac{1}{6\times10^{-3}}\right]V$$

$$\boxed{\Delta V = 9.6V}$$

3) $$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{3.2\times10^{-12}}{9.6}F = \boxed{0.33\ pF}$$ ó $$C = \frac{ab}{k(b-a)} = \frac{(2\times10^{-3})(6\times10^{-3})}{(9\times10^{9})(4\times10^{-3})} = 0.33\ pF$$

4) La nueva carga libre es $Q = \kappa Q_0 = 5[3.2pC] = 16pC$

$$q' = Q\left[1 - \frac{1}{\kappa}\right] = [16pC]\left[1 - \frac{1}{5}\right] = \boxed{12.8pC}$$

RESPUESTAS

1)	$Q = 3.2pC$
2)	$\Delta V = 9.6V$
3)	$C = 0.33pF$
4)	$q' = 12.8\ pC$